

# Уравнение прогнозирования

Александр Харин

С помощью кусочно-непрерывного приближения и принципа неопределенного будущего, выведено уравнение прогнозирования. В качестве приложений уравнения, получены ограничения и рекомендации по прогнозированию и планированию.

## Содержание

|                                                                                                                                                                                                                                        |          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>Введение</b> .....                                                                                                                                                                                                                  | <b>2</b> |
| <b>1. Принцип неопределенного будущего</b> .....                                                                                                                                                                                       | <b>2</b> |
| 1.1. Формулировка принципа                                                                                                                                                                                                             |          |
| 1.2. Первое следствие. Изменение вероятностей будущих событий, «отталкивание» от края диапазона вероятностей (от 0% и от 100%)                                                                                                         |          |
| 1.3. Второе следствие. Неполнота исходной системы вероятностей                                                                                                                                                                         |          |
| 1.4. Сравнение изменений свойств следствий во времени                                                                                                                                                                                  |          |
| 1.4.1. Условное постоянство «отталкивания»                                                                                                                                                                                             |          |
| 1.4.2. Увеличение количества непредусмотренных событий                                                                                                                                                                                 |          |
| <b>2. Примеры применения принципа</b> .....                                                                                                                                                                                            | <b>4</b> |
| 2.1. Логика. Возможность нарушения закона исключенного третьего для будущих событий                                                                                                                                                    |          |
| 2.2. Теория вероятностей. Необходимость создания раздела, учитывающего реальные шумы и неопределенности                                                                                                                                |          |
| 2.2.1. Расщепление, разрыв непрерывной шкалы вероятностей вблизи точек 0% и 100% под воздействием шумов, неопределенностей                                                                                                             |          |
| 2.3. Решение парадоксов и проблем экономической теории                                                                                                                                                                                 |          |
| 2.3.1. Единое решение: парадокса Алле, проблемы неприятия риска, «премии за риск», equity premium puzzle, единого объяснения выигрышей и проигрышей, преувеличения малых вероятностей, единого объяснения «парадокса четырех областей» |          |
| 2.3.2. Решение парадокса Эллсберга, проблем неполноты системы предпочтений и неприятия неопределенности                                                                                                                                |          |
| 2.4. Сложные системы.                                                                                                                                                                                                                  |          |
| 2.4.1. Возможность нарушения деления на группы несовместных событий для будущих событий                                                                                                                                                |          |
| <b>3. Будущее как продолжение настоящего</b> .....                                                                                                                                                                                     | <b>8</b> |
| 3.1. О непрерывности и дифференцируемости аппроксимаций                                                                                                                                                                                |          |
| 3.2. О правомерности аппроксимационного прогнозирования                                                                                                                                                                                |          |
| <b>4. Кусочно-непрерывное приближение</b> .....                                                                                                                                                                                        | <b>9</b> |
| 4.1. Кусочно-непрерывное преобразование ряда Тейлора                                                                                                                                                                                   |          |
| 4.2. Кусочно-непрерывное описание сложных систем                                                                                                                                                                                       |          |
| <b>5. Создание, вывод уравнения аппроксимационного прогнозирования</b> .....                                                                                                                                                           | <b>9</b> |
| 5.1. Исходные положения                                                                                                                                                                                                                |          |
| 5.2. Учет кусочно-непрерывного описания сложных систем                                                                                                                                                                                 |          |
| 5.3. Учет принципа неопределенного будущего. Прогноз будущего, как продолжение ситуации и тенденции настоящего с отклонениями от 100% продолжения                                                                                      |          |

|                   |                                                                                                    |           |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.3.1.            | Учет первого следствия. Условно-постоянная погрешность                                             |           |
| 5.3.2.            | Учет второго следствия. Увеличивающаяся погрешность.<br>Учет инерционности сложных систем          |           |
| 5.4.              | Уравнение и его модификации                                                                        |           |
| <b>6.</b>         | <b>Применение уравнения в прогнозировании</b> .....                                                | <b>12</b> |
| 6.1.              | Возможность прогнозирования «от известного» и от автономного.<br>Моделирование и метамоделирование |           |
| 6.2.              | «Невозможности» аппроксимационного прогнозирования                                                 |           |
| 6.2.1.            | Невозможность абсолютно точного прогнозирования                                                    |           |
| 6.2.2.            | Невозможность абсолютно достоверного прогнозирования                                               |           |
| 6.2.3.            | Невозможность среднесрочного количественного<br>прогнозирования                                    |           |
| 6.2.4.            | Невозможность долгосрочного целостного качественного<br>прогнозирования                            |           |
| 6.2.5.            | Невозможность сверхдолгосрочного качественного<br>прогнозирования                                  |           |
| <b>7.</b>         | <b>Применение уравнения в планировании</b> .....                                                   | <b>13</b> |
| 7.1.              | Необходимость гибкого среднесрочного планирования                                                  |           |
| 7.2.              | Необходимость переориентируемого долгосрочного планирования                                        |           |
| <b>Заключение</b> | .....                                                                                              | <b>14</b> |
| <b>Литература</b> | .....                                                                                              | <b>15</b> |

## Введение

В статье развиты результаты работы (Харин 2007). По сравнению с (Харин 2007) развиты первое и второе следствия принципа неопределенного будущего. Сформулирован общий аппроксимационный подход к анализу, моделированию, прогнозированию и планированию. С учетом законов сложных систем и принципа неопределенного будущего, на примере разложения в ряд Тейлора предложено в качестве рабочей гипотезы уравнение аппроксимационного прогнозирования. Более полно материалы статьи изложены в (Харин 2008).

### 1. Принцип неопределенного будущего

#### 1.1. Формулировка принципа.

Общий принцип неопределенного будущего:

«Будущее событие содержит неопределенность»

Принцип неопределенного будущего является практически самоочевидным и нередко (особенно в технических науках) подразумевается в явном или неявном виде. Потребность в его явной общей формулировке вызвана, в т.ч., тем, что он

1) обычно применяется неявно, поэтому в процессе деятельности может быть упущен, забыт;

2) применяется не везде, где надо его учитывать;

3) не имея явной общей формулировки, не может адекватно развиваться и применяться.

Применения принципа показали его полезность и плодотворность (см., напр., Харин 2006 и 2007).

Принцип неопределенного будущего может быть формально доказан (см. Харин 2007).

Специальный принцип неопределенного будущего:

«Вероятность будущего события содержит неопределенность»

Математически, специальный принцип неопределенного будущего может быть записан в виде двух выражений.

Первое

$$P_{\text{факт}} \sim P_{\text{план}} + \Delta_+P(S_{\text{ситу}}; P_{\text{план}}) - \Delta_-P(S_{\text{ситу}}; P_{\text{план}})$$

где и далее

$P, P_{\text{факт}}$  - фактическая вероятность события;  
 $P_{\text{план}}$  - планируемая (прогнозируемая, предусмотренная и т.п.) без учета незапланированных (непредвиденных, непредусмотренных и т.п.) неопределенностей вероятность будущего события;

$S_{\text{ситу}}$  - параметры, зависящие от ситуации;

$\Delta_+P$  - часть неопределенности, увеличивающая  $P$ ;

$\Delta_-P$  - часть неопределенности, уменьшающая  $P$ ;

или, упрощенно,

$$P_{\text{факт}} \sim P_{\text{план}} \pm \Delta P \quad (0.1)$$

где и далее

$$\pm \Delta P = \Delta_+P(S_{\text{ситу}}; P_{\text{план}}) - \Delta_-P(S_{\text{ситу}}; P_{\text{план}}).$$

Второе

$$P_{\text{факт средн}} = P_{\text{план}} + \delta P(S_{\text{ситу}}; P_{\text{план}})$$

где и далее

$P_{\text{средн}}, P_{\text{факт средн}}$  - фактическая средняя вероятность

$\delta P(S_{\text{ситу}}; P_{\text{план}})$  - (возможный) сдвиг фактической средней вероятности по сравнению с плановой вероятностью (может быть больше, меньше или равен нулю)

или, упрощенно,

$$P_{\text{средн}} = P_{\text{план}} + \delta P \quad (0.2)$$

### Возможности нарушения договоренностей

Важным частным случаем и предшественником принципа неопределенного будущего является подход, учитывающий возможности нарушения договоренностей (см. Харин 2003 и Harin 2005).

#### 1.2. Первое следствие. Изменение вероятностей будущих событий, «отталкивание» от края диапазона вероятностей (от 0% и от 100%)

Если предварительно задано некоторое событие, например выигрыш с вероятностью  $P_{\text{план}}$ , близкой к границе диапазона вероятностей, то есть к 100% или к 0%, то, из-за наличия неопределенности  $\Delta P$ , реальная средняя вероятность  $P_{\text{средн}}$ , по сравнению с запланированной вероятностью  $P_{\text{план}}$ , смещается, «отталкивается» от границы диапазона к его центру.

Действительно, если, например, предварительно задана вероятность  $P_{\text{план}} = 99\%$  и известно, что ее неопределенность  $\Delta P = 5\%$  и имеет симметричный вид, то, очевидно, реальная средняя вероятность будет  $P_{\text{средн}} < 99\%$ . Аналогично, для предварительно заданной вероятности  $P_{\text{план}} = 1\%$  и  $\Delta P = 5\%$ , ее реальная средняя вероятность будет  $P_{\text{средн}} > 1\%$ . Это будет справедливо и при меньших  $\Delta P$ , в т.ч., при учете спектрального разложения  $\Delta P$ .

Таким образом, из принципа неопределенного будущего следует, что в области высоких вероятностей реальная средняя вероятность будет меньше запланированной. Аналогично, в области низких вероятностей реальная средняя вероятность будет больше запланированной (без учета 2-го следствия, см ниже).

В математических терминах, для любой  $\Delta P > \varepsilon > 0$ , существует  $\Delta p < \Delta P$  (в общем виде,  $\Delta p < O(\Delta P)$ ), такая, что при  $0 < |100\% - P_{\text{высокая факт}}| < \Delta p$  и (без учета 2-го следствия, см ниже)  $0 < |P_{\text{низкая факт}} - 0\%| < \Delta p$

$$P_{\text{высокая факт}} < P_{\text{высокая план}} \quad (1.1)$$

$$P_{\text{низкая факт}} > P_{\text{низкая план}} \quad (1.2)$$

#### 1.3. Второе следствие. Неполнота исходной системы вероятностей

Вероятность любого, не запрещенного объективными законами, будущего события строго больше нуля (в микромире возможны даже виртуальные события с временным нарушением законов сохранения). Следовательно, сколько бы событий не было предусмотрено при планировании, всегда найдется, по меньшей мере, одно непредусмотренное и вероятность этого непредусмотренного события будет строго больше нуля. Следовательно, исходная система вероятностей неполна. То есть

$$\sum P_{\text{непредусмотр факт}} > 0\% \quad (2.1)$$

$$\sum P_{\text{исходн факт}} < 100\% \quad (2.2)$$

где и далее

$\sum P_{\text{исходн факт}}$  - фактическая сумма вероятностей всех заранее предусмотренных событий

$\sum P_{\text{непредусмотр факт}}$  - фактическая сумма вероятностей всех непредусмотренных событий

#### 1.4. Сравнение изменений свойств следствий во времени

Рассмотрим изменение свойств первого и второго следствий принципа во времени.

##### 1.4.1. Условное постоянство «отталкивания»

«Отталкивание» от границ диапазона обусловлено общим уровнем неопределенности. В первом приближении его можно считать условно-постоянным.

Представляется полезным исследование величины общего уровня неопределенности и его зависимости от времени.

##### 1.4.2. Увеличение количества непредусмотренных событий

Если принять частоту появления непредусмотренных событий постоянной во времени, то их общее количество за определенное время будет линейно увеличиваться с увеличением этого времени.

Очевидно, что технические возможности человека увеличиваются со временем. Если считать, что творческие возможности человека со временем не меняются, то количество непредусмотренных событий, обусловленных влиянием человечества, будет увеличиваться с увеличением времени суперлинейно.

## 2. Примеры применения принципа

Вследствие своего общего характера принципа неопределенного будущего, он может быть применим и успешно применяется в ряде областей.

### 2.1. Логика. Возможность нарушения закона исключенного третьего для будущих событий

Принцип неопределенного будущего предполагает корректное использование логики, в частности возможности использования обобщений двузначной логики. Если в настоящем дан некоторый класс событий и его отрицание, то второе следствие принципа неопределенного будущего допускает возможность появления в будущем событий, которые нельзя строго отнести ни к данному классу ни к его отрицанию. Таким образом, прямое применение для будущих событий закона исключенного третьего в рамках двузначной логики может стать неадекватным (надо отметить, что еще Аристотель выражал сомнения в корректности применения закона исключенного третьего к будущему).

## 2.2. Теория вероятностей. Необходимость создания раздела, учитывающего реальные шумы и неопределенности

Существующая теория вероятностей описывает либо уже имеющуюся, либо, в некотором смысле, идеализированную будущую картину. Она не учитывает в явном виде реальные шумы, помехи, фон, погрешности измерений и т.п., либо описывает предельные случаи бесконечного их количества. Поэтому существует потребность создания раздела теории вероятностей, явно учитывающего реальные шумы, помехи, фон, погрешности измерений, недостаток информации и т.п.

Наличие шума и погрешностей измерений может внести поправки в закон равномерного распределения вероятностей непрерывной случайной величины.

Важной задачей может быть определение реальных (при наличии шумов и погрешностей измерений) форм и характеристик наиболее распространенных вероятностных распределений.

### 2.2.1. Расщепление, разрыв непрерывной шкалы вероятностей вблизи точек 0% и 100% под воздействием шумов, неопределенностей

Наличие шума, неопределенностей может привести к расщеплению, разрыву непрерывной шкалы вероятностей вблизи точек 0% и 100%. То есть, при стремлении вероятностей к 0% и 100% пределы значений величин, зависящих от этих вероятностей (например, математическое ожидание), не будут равны значениям этих величин в точках 0% и 100%. Пока это утверждение можно принять в качестве гипотезы.

Подобные явления известны в физике. Примерами могут быть эффект Зеемана (хотя и с воздействием постоянного поля) и, в особенности, расщепления, вызванные нарушениями симметрии в физике элементарных частиц.

## 2.3. Решение парадоксов и проблем экономической теории

### 2.3.1. Единое решение: парадокса Алле, проблемы неприятия риска, «премии за риск», equity premium puzzle, единого объяснения выигрышей и проигрышей, преувеличения малых вероятностей, единого объяснения «парадокса четырех областей»

Приведем максимально упрощенный и ясный пример. Что предпочтительнее:

А. Гарантированные 99 франков (вероятность 100%)

или

Б. 100 франков с вероятностью 99%.

Средние величины выигрыша в обоих случаях равны 99 франков и в точности равны друг другу. Однако, многочисленные эксперименты однозначно показывают, что подавляющее большинство людей в этом случае предпочитает гарантию.

Здесь, а также во всех вариантах парадокса Алле (Allais 1953) и во всех нижеприведенных экспериментах виден «идеальный» подход: совершенно не рассматриваются реально возможные неопределенности, шумы и т.д. С их учетом (см. также о важности учета шумов в Neu and Orme 1994), из первого следствия принципа неопределенного будущего получаем, что фактическая вероятность в варианте Б. будет меньше планировавшихся 99%. При этом, 100%, то есть гарантированная вероятность тоже уменьшится, но, вследствие гарантии, на меньшую величину (подробнее см. в Харин 2007).

Таким образом, с учетом абсолютного и относительного уменьшения вероятности получения 100 франков (с исходным риском 1%) по сравнению с гарантированным получением 99 франков, средняя величина выигрыша в случае гарантии будет выше, что и объясняет результаты экспериментов.

Неприятие риска аналогично парадоксу Алле. В результате многочисленных экспериментов и проверок подавляющее большинство людей было зачислено в

категорию неприятия риска. С точки зрения принципа неопределенного будущего поведение большинства людей выглядит совершенно логичным и нейтральным к риску. Поскольку фактическая вероятность в варианте Б. будет меньше планировавшихся 99%, люди компенсируют это уменьшение вероятности увеличением величины выигрыша.

Премия за риск – это величина компенсации, на которую соглашаются испытуемые при выборе, аналогичном вышеприведенному. Решение аналогично вышеприведенному.

Equity premium puzzle является «загадкой» премии за риск при покупке акций. Решение полностью аналогично вышеприведенным.

Объяснение вышеприведенных проблем с помощью концепции всеобщего неприятия риска терпит неудачу, как только от выигрышей переходят к проигрышам. Многочисленные эксперименты однозначно показывают, что подавляющее большинство людей в случае проигрыша предпочитает риск.

С точки зрения принципа неопределенного будущего поведение людей и в случае проигрыша выглядит совершенно логичным. Действительно,

$$(-100) \times (99\% - |\delta P|) > (-99) \times 100\%$$

Самой строгой качественной проверкой теорий полезности является «парадокс четырех областей»:

Даны четыре эксперимента. В каждом эксперименте - по два исхода с одинаковым средним значением, например, \$99 гарантировано или \$100 с вероятностью 99%, то есть с риском. С «рациональной» точки зрения люди должны одинаково часто выбирать и гарантию и риск, то есть гарантия=риск.

Однако, многократными экспериментами (см., напр., Di Mauro and Maffioletti 2004) достоверно установлено, что большинство людей нарушает эту «рациональность». И, что самое «иррациональное», в наиболее близких, похожих случаях - нарушения противоположны. Вот результаты экспериментов:

1) Выигрыш \$99 гарантированно или \$100 с вероятностью 99%, то есть с риском?

Люди выбирают выигрыш \$99 гарантированно, то есть гарантия > риск

2) Выигрыш \$1 гарантированно или \$100 с вероятностью 1% (с риском)?

Люди выбирают выигрыш \$100 с вероятностью 1%, то есть риск > гарантия

3) Проигрыш -\$99 гарантированно или -\$100 с вероятностью 99% (с риском)?

Люди выбирают проигрыш -\$100 с вероятностью 99%, то есть риск > гарантия

4) Проигрыш -\$1 гарантированно или -\$100 с вероятностью 1% (с риском)?

Люди выбирают проигрыш -\$1 гарантированно, то есть гарантия > риск

Этот парадокс обобщает большинство других парадоксов и дает ключ к их решению.

Снова применим первое следствие принципа неопределенного будущего.

1) Выигрыш \$99 гарантированно или \$100 с вероятностью 99%, то есть с риском?

Люди выбирают выигрыш \$99 гарантированно, то есть гарантия > риск

$$\text{гарантия} = \$99 \times 100\% > \$100 \times (99\% - |\delta P|) = \text{риск}$$

2) Выигрыш \$1 гарантированно или \$100 с вероятностью 1% (с риском)?

Люди выбирают выигрыш \$100 с вероятностью 1%, то есть риск > гарантия

$$\text{риск} = \$100 \times (1\% + |\delta P|) > \$1 \times 100\% = \text{гарантия}$$

3) Проигрыш -\$99 гарантированно или -\$100 с вероятностью 99% (с риском)?

Люди выбирают проигрыш -\$100 с вероятностью 99%, то есть риск > гарантия

$$\text{риск} = (-\$100) \times (99\% - |\delta P|) > (-\$99) \times 100\% = \text{гарантия}$$

4) Проигрыш -\$1 гарантированно или -\$100 с вероятностью 1% (с риском)?

Люди выбирают проигрыш -\$1 гарантированно, то есть гарантия > риск

$$\text{гарантия} = (-\$1) \times 100\% > (-\$100) \times (1\% + |\delta P|) = \text{риск}$$

Таким образом, применение принципа неопределенного будущего позволяет рационально, естественно и с единой точки зрения объяснить все 4 эксперимента.

### 2.3.2. Решение парадокса Эллсберга, проблем неполноты системы предпочтений и неприятия неопределенности

Парадокс Эллсберга: Урна У1 содержит красные и черные шары в неизвестном соотношении. Урна У2 содержит красные и черные шары в соотношении 1:1. Все шары на ощупь неразличимы. Игрок получает \$100, если вытащит шар заранее заданного цвета. (после этого, шар сразу возвращается назад в ту же урну)

Экспериментами доказано следующее: люди явно предпочитают вытащить, например, красный шар из урны У2 (подразумевая, что вероятность вытащить красный шар из урны У1 меньше 50% = вероятность вытащить красный шар из урны У2). Но те же люди так же явно предпочитают вытащить и черный шар тоже из урны У2 (подразумевая, что вероятность вытащить и черный шар из урны У1 тоже меньше 50% = вероятность вытащить черный шар из урны У2).

Таким образом люди подразумевают, что (обе) вероятности вытащить и черный и красный шар из урны У1 одновременно меньше 50%. То есть сумма вероятностей (вероятность вытащить из У1 либо черный либо красный шар) меньше 100% (неполнота системы вероятностей).

Рассмотрим парадокс Эллсберга с точки зрения неполноты исходной системы вероятностей - второго следствия принципа неопределенного будущего.

Принцип неопределенного будущего является обобщением повседневного человеческого опыта. И люди, имеющие такой опыт, интуитивно или бессознательно понимают, что в ситуации с неопределенностью возможно что-либо непредвиденное, то есть общая запланированная сумма вероятностей может быть меньше 100%. Этот опыт находит бессознательное отражение в парадоксе Эллсберга и в проблемах неприятия неопределенности.

### 2.4. Сложные системы

Поскольку логико-вероятностный подход является одним из основных инструментов анализа проблем надежности и безопасности в сложных системах (см., напр., Рябинин 2006 и Соложенцев 2006), то далее в нем, по-видимому, могут быть использованы результаты применения принципа в теории вероятностей и логике.

Первое следствие принципа неопределенного будущего в технических системах обычно применяется в достаточной мере. Тем не менее, может быть полезным явный и заблаговременный учет этого следствия.

Например, допустим, что в проекте строительства химического завода, риск попадания вредных веществ в окружающую среду меньше 0,000 000 001%. При этом, риск землетрясения или военных действий, точнее – риск того, что через сооружения завода пройдет трещина или того, что в эти сооружения попадет выстрел из гранатомета, в конкретном районе строительства завода – больше 0,001%. Очевидно, что для этого конкретного района проектный риск попадания вредных веществ в окружающую среду должен быть увеличен.

Второе следствие принципа неопределенного будущего обычно будет иметь ограниченное применение в части новых состояний технических систем. Исключения могут представлять случаи разрушения, разукомплектаации и переоборудования таких систем и их компонентов. Однако, в части новых состояний окружающей среды, непредсказуемых действий управляющего персонала и пользователей и в части скрытых дефектов изготовления, второе следствие принципа неопределенного будущего может оказаться применимым в полной мере.

Применение и первого и второго следствия принципа неопределенного будущего в экологических системах обусловлено нашими недостаточными знаниями о законах этих систем и увеличивающейся нагрузкой на экологию в процессе деятельности человечества. Явный и заблаговременный учет этих следствий может

быть достаточно полезным. В научной литературе известен аналогичный «принцип предосторожности» (см., напр., Quiggin 2005).

Применение и первого и второго следствия принципа неопределенного будущего в экономических и социальных системах обусловлено высокой сложностью этих систем и недостаточными возможностями по прогнозированию их развития. Может быть полезным явный и заблаговременный учет этих следствий.

Применение первого следствия принципа неопределенного будущего может быть эффективным, в т.ч., в части развития этих систем, действий управляющих лиц и структур, исполняющих лиц и структур и т.п.

Применение второго следствия принципа неопределенного будущего может быть эффективным, в т.ч., в части развития этих систем, реакции населения на действия управляющих и исполняющих лиц и структур и т.п.

Международные проекты, как правило, крупнее, сложнее и дороже аналогичных внутринациональных проектов. Международные проекты нередко настолько сложны, имеют настолько сжатые сроки подготовки и высокую степень коммерческой конфиденциальности, что расчет всех возможных вариантов сценариев становится невозможным. Явный и заблаговременный учет и первого и второго следствия принципа неопределенного будущего может быть достаточно полезным. В частности могут быть учтены особенности правовых систем разных государств, географические условия, культурные, бытовые, языковые и т.п. особенности разных народов.

#### 2.4.1. Возможность нарушения деления на группы несовместных событий для будущих событий

Возможность нарушения деления на группы несовместных событий (ГНС) для будущих событий была высказана в частном сообщении (Карасев 2007).

Если в настоящем даны несколько групп несовместных событий, то второе следствие принципа неопределенного будущего допускает возможность появления в будущем, по меньшей мере, одного такого события, которое нельзя полностью отнести ни к одной из этих групп.

Это, к сожалению, усложняет и без того сложную задачу расчетов для сложных систем. Единственным облегчающим фактором здесь может служить малая величина нарушения деления на ГНС и возможность использования линейного приближения для таких нарушений для многих задач.

### 3. Будущее как продолжение настоящего

#### 3.1. О непрерывности и дифференцируемости аппроксимаций

При выборе адекватного масштаба, подавляющее большинство явлений макромира характеризуются непрерывностью во времени. Разрывность, дискретность во времени наблюдается только в квантовых явлениях, например, при рождении элементарных частиц. Поэтому для явлений макромира правомерно описание с помощью непрерывных функций.

Изменения явлений макромира, то есть ускорение в том или ином измерении, требует физических перемещений, изменений электромагнитных полей и т.п. То есть они тоже характеризуются непрерывностью во времени. Поэтому для явлений макромира правомерно описание с помощью дифференцируемых функций.

#### 3.2. О правомерности аппроксимационного прогнозирования

Поскольку для явлений макромира правомерно описание с помощью дифференцируемых функций, то правомерно аппроксимационное прогнозирование этих явлений. В этом смысле можно говорить о том, что будущее – это продолжение настоящего. И выполнять расчеты и оценки для прогнозирования будущих явлений макромира на основании данных о настоящем положении и скорости изменения этих явлений. Естественно, точные расчеты возможны только для достаточно малых

интервалов времени, для которых корректно данное приближение. Но аппроксимационный подход возможен как база для оценки возможных отклонений и для более продолжительных интервалов времени.

Помимо аппроксимационного, естественно, правомерны и другие подходы. Например:

31 мая 2011 года исполнится 100 лет со дня рождения выдающегося ученого Мориса Алле. Прогнозирование и планирование празднования этого события, подготовку и выпуск юбилейных сборников и т.п. правомерно сейчас основывать, отталкиваясь в первую очередь от этой конкретной даты.

В 2014 году в Сочи пройдет Олимпиада. Безусловно, она окажет заметное воздействие на экономику южных регионов и всей России и внесет изменения в обычное течение экономической жизни.

#### 4. Кусочно-непрерывное приближение

##### 4.1. Кусочно-непрерывное преобразование ряда Тейлора

Рассмотрим три точки  $t_0, t_1, t$ :  $t_0 < t_1 < t$  и функцию  $F(t)$ :  $F(t)$  бесконечно дифференцируема в  $t_0$  и на  $(t_1, t)$  и имеет разрыв  $n$ -й производной ( $n > 0$ ) в точке  $t_1$ .

Обозначим  $F(t_k, t)$  ряд Тейлора функции  $F(t)$

$$F(t_k, t) = F(t_k) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F^{(n)}(t_k)}{n!} (t - t_k)^n$$

где в качестве производных берутся или производные или их пределы справа в точке  $t_k$  и, при бесконечной дифференцируемости  $F(t)$  на  $(t_k, t)$ . Тогда, из

$$F(t) = F(t_1, t)$$

с помощью тождественного преобразования

$$F(t) = F(t_1, t) = F(t_1, t) + F(t_0, t) - F(t_0, t)$$

получаем

$$F(t) = F(t_1, t) = F(t_0, t) + (F(t_1, t) - F(t_0, t)) \quad (Л1)$$

Для двух точек разрыва получаем

$$F(t) = F(t_2, t) = F(t_0, t) + (F(t_1, t) - F(t_0, t)) + (F(t_2, t) - (F(t_1, t)))$$

Обозначив  $f(t_{r-1}, t_r, t) = F(t_r, t) - F(t_{r-1}, t)$ , получаем для  $R$  точек (для  $R$  областей выражение будет несколько сложнее)

$$F(t) = F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R f(t_{r-1}, t_r, t) \quad (Л1.1)$$

##### 4.2. Кусочно-непрерывное описание сложных систем

Очевидно, что в ряде случаев возможно разумное представление поведения части сложной системы в форме члена, учитывающего автономное поведение этой части, и суммы членов, учитывающих значительные влияния остальных частей системы.

При этом, вне интервалов значительного влияния остальных частей системы, незначительное их влияние может учитываться путем незначительной модификации автономного поведения этой части.

#### 5. Создание, вывод уравнения аппроксимационного прогнозирования

##### 5.1. Исходные положения

В качестве рабочей гипотезы попытаемся составить уравнение аппроксимационного прогнозирования для некоторой прогнозируемой характеристики  $F(t)$  анализируемого и моделируемого явления.

Отправной точкой для уравнения и первым его членом примем ряд Тейлора прогнозируемой характеристики, учитывающий автономное поведение описываемого явления.

$$F(t) = F(t_0, t) = F(t_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F^{(n)}(t_0)}{n!} (t - t_0)^n$$

### 5.2. Учет кусочно-непрерывного описания сложных систем

Учтем, что моделируемое явление может быть частью сложной системы либо само быть сложной системой. Вторым членом уравнения примем сумму членов, учитывающих значительные влияния остальных частей системы, как в момент времени, так и в (удаленные от него) моменты  $t_1$  и  $t_2$ .

$$F(t) = F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R f(t_{r-1}, t_r, t)$$

Влияния остальных частей системы можно учесть и более явно. Обозначим  $\phi_r(t)$  – изменение состояния некоторой части системы:  $\phi_r(t_r) = 0$  и  $f(t_{r-1}, t_r, t) = 0$ , превышающее изменения, учитываемые в основной модели  $F(t_r, t)$ , а  $k_r(F(t_r, t), \phi_r(t))$  – влияние этого изменения на прогнозируемое явление. Тогда

$$f(t_{r-1}, t_r, t) = k_r(F(t_r, t), \phi_r(t)) \times \phi_r(t)$$

или, для бесконечно дифференцируемой  $\phi_r(t)$ , в виде

$$f(t_{r-1}, t_r, t) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \frac{\partial^l f(t_{r-1}, t_r, t_r)}{(\partial \phi(t_r))^l} \times \phi(t_r)^l$$

упрощенно можно записать

$$f(t_{r-1}, t_r, t) = k_r(t) \times \phi_r(t)$$

и

$$F(t) = F(t_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F^{(n)}(t_0)}{n!} (t - t_0)^n + \sum_{r=1}^R \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \frac{\partial^l f(t_{r-1}, t_r, t_r)}{(\partial \phi(t_r))^l} \times \phi(t_r)^l$$

$$F(t) = F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t)$$

$$F(t) = F(t_0, t) + k \times \Phi(t)$$

Таким образом, мы получили тождественное разделение прогнозируемой функции на два члена. Несмотря на свою тождественность, это разделение на два члена и выделение во второй член тех влияний, которые трудно или сложно учесть в основной формуле моделирования, может позволять упростить, сделать более ясным и прозрачным описание существенно разнородных явлений и факторов и процесс аппроксимационного прогнозирования в целом.

### 5.3. Учет принципа неопределенного будущего. Прогноз будущего, как продолжение ситуации и тенденции настоящего с отклонениями от 100% продолжения

#### 5.3.1. Учет первого следствия. Условно-постоянная погрешность

Будущее, прогноз будущего можно представить как продолжение ситуации и тенденции настоящего с отклонениями от 100% продолжения. Тогда мы получим «отталкивание» от края диапазона вероятностей, от 100% продолжения. То есть, реальная средняя вероятность прогнозируемого события  $P_{\text{средн}}$ , по сравнению с запланированной вероятностью  $P_{\text{план}}$ , будет смещаться, «отталкиваться» от 100%, от границы диапазона, к его центру. И реальная средняя вероятность прогнозируемого события  $P_{\text{средн}}$  будет меньше запланированной  $P_{\text{план}}$ .

Неопределенности и погрешности конечных состояний прогнозируемой системы можно считать условно-постоянными во времени (погрешности в определении начальных состояний прогнозируемой системы могут иметь увеличивающееся влияние во времени).

С учетом этого, уравнение аппроксимационного прогнозирования примет вид

$$F(t) = F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t) \pm \delta F$$

или

$$F(t) = \{F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t)\} \times \{1 \pm \delta\}$$

$$F(t) = \{F(t_0, t) + k \times \Phi(t)\} \times \{1 \pm \delta\}$$

В последний член можно относить не только погрешности, обусловленные действием первого следствия принципа, но и все погрешности, слабо зависящие от времени.

### 5.3.2. Учет второго следствия. Увеличивающаяся погрешность.

Учет инерционности сложных систем

В соответствии со вторым следствием принципа, вероятность непредусмотренных событий строго больше нуля. При этом, если принять частоту появления непредусмотренных событий постоянной во времени, то их общее количество за определенное время будет линейно увеличиваться с увеличением этого времени.

Следовательно, в соответствии со вторым следствием, погрешность прогнозирования будет увеличиваться с увеличением времени. Если принять частоту появления непредусмотренных событий постоянной во времени, то погрешность прогнозирования будет увеличиваться с увеличением времени линейно. Предварительно можно переписать уравнение как

$$F(t) = \{F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta(t)\}$$

Прогнозируемые системы будут реагировать на эти события с некоторым запаздыванием, инерцией. Если обозначить задержку реакции на непредусмотренное событие под №  $m$  как  $\tau_m$ , то уравнение аппроксимационного прогнозирования примет вид

$$F(t) = \{F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \sum_{m=1}^M \Delta_m(t, \tau_m)\}$$

или

$$F(t) = \{F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta(t, \tau)\}$$

$$F(t) = \{F(t_0, t) + k \times \Phi(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta(t, \tau)\}$$

где  $\Delta = 0$  при  $t \leq \tau_m$  и  $\Delta$  возрастает при  $t > \tau_m$

Для более точного прогнозирования будут полезны оценки инерционности сложных систем по отношению к различным типам событий.

### 5.4. Уравнение и его модификации

Таким образом (на примере разложения в ряд Тейлора и, пока, без учета положений теории хаоса) уравнение аппроксимационного прогнозирования можно записать как

$$F(t) = \left\{ (F(t_0) + \sum_{n=1}^N \frac{F^{(n)}(t_0)}{n!} (t-t_0)^n + \sum_{r=1}^R \sum_{l=1}^L \frac{1}{l!} \frac{\partial^l f(t_{r-1}, t_r, t_r)}{(\partial \phi(t_r))^l} \times \phi(t)^l) \times \right. \\ \left. \times \{1 \pm \delta \pm \sum_{m=1}^M \Delta_m(t, \tau_m)\} \right\}$$

или, в сокращенной записи, как

$$F(t) = \{F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta(t, \tau)\}$$

$$F(t) = \{F(t_0, t) + k \times \Phi(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta(t, \tau)\}$$

Для достаточно малых  $(t-t_0)$  оно сводится к элементарному

$$F(t) = F(t_0) + F^{(1)}(t_0) \times (t - t_0) \pm \delta F(t_0)$$

В предположении, что частота появления непредусмотренных событий и их характер в среднем постоянны во времени, его можно записать как

$$F(t) = \{F(t_0, t) + k \times \Phi(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \sum_{m=1}^M \Delta_m \times (t - \tau - t_0)\}$$

$$F(t) = \{F(t_0, t) + k \times \Phi(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta \times (t - \tau - t_0)\}$$

## 6. Применение уравнения в прогнозировании

### 6.1. Возможность прогнозирования

«от известного» и от автономного.

Моделирование и метамоделирование

Использование уравнения аппроксимационного прогнозирования может позволить давать прогнозы и определять их погрешность только на основании данных, известных на сегодняшний день.

Кроме того, оно может позволить прогнозировать на основании, в основном, модели автономного рассмотрения прогнозируемого объекта. В этом смысле можно оперировать двумя понятиями. Моделирование - для автономного рассмотрения прогнозируемого объекта. И метамоделирование - для рассмотрения прогнозируемого объекта в окружающей среде со всем дополнительным многообразием его связей и зависимостей.

### 6.2. «Невозможности» аппроксимационного прогнозирования

Термины среднесрочное, долгосрочное и сверхдолгосрочное прогнозирование являются здесь в достаточной мере условными и рассматриваются в основном относительно изменений прогнозируемого объекта.

#### 6.2.1. Невозможность абсолютно точного прогнозирования

Из первого следствия принципа неопределенного будущего (первый член погрешностей в уравнении) следует, что абсолютно точное (достаточно достоверное) прогнозирование невозможно.

#### 6.2.2. Невозможность абсолютно достоверного прогнозирования

Из первого следствия принципа неопределенного будущего (первый член погрешностей в уравнении) следует, что абсолютно достоверное (достаточно точное) аппроксимационное прогнозирование невозможно.

#### 6.2.3. Невозможность среднесрочного количественного прогнозирования

Под количественным прогнозированием будем понимать прогнозирование с точностью не хуже, чем, например, 20%-30%.

Из второго следствия принципа неопределенного будущего следует, что среднесрочное количественное аппроксимационное прогнозирование невозможно.

Действительно, с течением времени второй член погрешностей в уравнении обязательно превысит вышеуказанный порог в 20%-30%.

#### 6.2.4. Невозможность долгосрочного целостного качественного прогнозирования

Под целостным качественным прогнозированием будем понимать прогнозирование, позволяющее предсказывать все влияния, аспекты и т.п., превышающие качественный порог, например, 30%-40%.

Из второго следствия принципа неопределенного будущего следует, что долгосрочное целостное качественное аппроксимационное прогнозирование невозможно.

Действительно, с течением времени второй член погрешностей в уравнении обязательно превысит вышеуказанный порог в 30%-40% и невозможно будет гарантировать что не появится непредвиденного влияния, аспекта и т.п., превышающего вышеуказанный качественный порог.

#### 6.2.4. Невозможность сверхдолгосрочного качественного прогнозирования

Под качественным прогнозированием будем понимать прогнозирование, позволяющее предсказывать общие изменения, превышающие общий качественный порог, например, 50%.

Из второго следствия принципа неопределенного будущего следует, что сверхдолгосрочное качественное аппроксимационное прогнозирование невозможно.

Действительно, с течением времени второй член погрешностей в уравнении обязательно превысит вышеуказанный общий качественный порог.

### 7. Применение уравнения в планировании

#### 7.1. Необходимость гибкого среднесрочного планирования

Под гибким планированием будем понимать планирование с наличием корректировок ранее принятых планов.

Из первого и второго следствий принципа неопределенного будущего следует, что среднесрочное планирование должно быть гибким.

Действительно, из-за наличия первого и второго члена погрешностей в уравнении, появляется возможность отклонения от прогноза. Следовательно, в планировании необходимо будет учесть это отклонение, то есть произвести коррекцию ранее принятого плана.

#### 7.2. Необходимость переориентируемого долгосрочного планирования

Под переориентируемым планированием будем понимать планирование с наличием значительных качественных изменений ранее принятых планов.

Из второго следствия принципа неопределенного будущего следует, что долгосрочное планирование должно быть переориентируемым.

Действительно, с течением времени второй член погрешностей в уравнении обязательно превысит качественный порог в 30%-40% и невозможно будет гарантировать что не появится непредвиденного влияния, аспекта и т.п., превышающего вышеуказанный качественный порог. Таким образом, появляется возможность качественного отклонения от прогноза.

Следовательно, в планировании необходимо будет учесть это отклонение, то есть произвести значительное качественное изменение ранее принятого плана.

### Заключение

С использованием принципа неопределенного будущего и кусочно-непрерывного приближения, выведено (для примера, с использованием разложения в ряд Тейлора для первого, основного члена), в качестве рабочей гипотезы, уравнение аппроксимационного прогнозирования.

$$F(t) = \{F(t_0, t) + k \times \Phi(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta(t, \tau)\}$$

где

- $F(t)$  - прогнозируемая характеристика системы или части системы
- $F(t_0, t)$  - основной член, не учитывающий внешние либо удаленные во времени либо нестандартные и т.п. воздействия на прогнозируемую характеристику
- $t_0$  - момент составления прогноза ( $t_0 < t$ )
- $\Phi(t)$  - обобщенное предусмотренное изменение системы или внешней среды, превышающее изменения, учитываемые основным членом  $F(t_0, t)$
- $k$  - усредненный коэффициент влияния предусмотренного изменения  $\Phi(t)$  на прогнозируемую характеристику
- $\delta$  - малая, условно-постоянная погрешность
- $\Delta(t, \tau)$  - погрешность (в т.ч., обусловленная непредусмотренными событиями), значительно зависящая от времени (увеличивающаяся)
- $\tau$  - усредненная задержка реакции прогнозируемой характеристики на наиболее значимые непредусмотренные события

Или, более подробно,

$$F(t) = \{F(t_0, t) + \sum_{r=1}^R k_r(t) \times \phi_r(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta(t, \tau)\}$$

Или, более подробно,

$$F(t) = \left\{ \left( F(t_0) + \sum_{n=1}^N \frac{F^{(n)}(t_0)}{n!} (t-t_0)^n + \sum_{r=1}^R \sum_{l=1}^L \frac{1}{l!} \frac{\partial^l f(t_{r-1}, t_r, t_r)}{(\partial \phi(t_r))^l} \times \phi(t)^l \right) \times \right. \\ \left. \times \{1 \pm \delta \pm \sum_{m=1}^M \Delta_m(t, \tau_m)\} \right\}$$

где

- $\phi_r(t)$  - предусмотренное изменение некоторой части или некоторого параметра системы, превышающее изменения, учитываемые в основной модели членом  $F(t_0, t)$
- $t_r$  - момент времени, когда появляется предусмотренное изменение  $\phi_r(t)$ , превышающее изменения, учитываемые в основной модели членом  $F(t_0, t)$ ,
- $\tau_m$  - задержка реакции на непредусмотренное событие под №  $m$
- $L, M, N, R$  - верхние пределы, до которых возможно либо целесообразно вычислять члены суммы и выполнять суммирование.

Или, в предположении, что частота появления непредусмотренных событий и их характер в среднем постоянны во времени,

$$F(t) = \{F(t_0, t) + k \times \Phi(t)\} \times \{1 \pm \delta \pm \Delta \times (t - \tau - t_0)\}$$

где

- $\Delta$  - усредненный коэффициент линейного увеличения погрешности во времени

### Литература

- Allais, M. (1953) "Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine" *Econometrica* 21, 503-46.
- Di Mauro, C. and Maffioletti, A. (2004) "Attitudes to risk and attitudes to uncertainty: experimental evidence" *Applied Economics*, 36, 357-372.
- Narin, A. (2005) "A new approach to solve old problems" *Game Theory and Information from Economics Working Paper Archive at WUSTL*, 0505005.
- Hey, J. and Orme, C. (1994) "Investigating Generalizations of Expected Utility Theory Using Experimental Data" *Econometrica*, 62, 1291-1326.
- Quiggin, J. (2005) "The precautionary principle in environmental policy and the theory of choice under uncertainty" No WPM05\_3, Murray-Darling Program Working Papers from Risk and Sustainable Management Group, University of Queensland.
- Карасев (2007) частное сообщение.
- Рябинин, И.А. (2006) "ЛОГИКА И ВЕРОЯТНОСТЬ КАК ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМ НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ" *Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах: Труды Международной Научной Школы МА БР – 2006*.
- Соложенцев, Е.Д. (2006) *Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике. Изд. 2-е. – СПб.: Издательский дом «Бизнес-пресса», 2006*.
- Харин, А.А. (2008) " ВЫВОД ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И ПЛАНИРОВАНИЕ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ" доклад представлен на Международную Научную Школу Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах, МА БР – 2008.
- Харин, А.А. (2007) "ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОГО БУДУЩЕГО, ПРИМЕРЫ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ, ВОЗМОЖНОСТИ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ В ТЕОРИЯХ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ, В ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЛОГИКЕ" *Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах: Труды Международной Научной Школы МА БР – 2007*.
- Харин, А.А. (2003) "К анализу одного из парадоксов экономической теории" *Научные труды Института послевузовского профессионального образования СГА, выпуск 7 Гуманитарные науки, 2003 г.*